

# PreUnAB



# Teorema de Euclides

Clase # 17

**Universidad Andrés Bello**

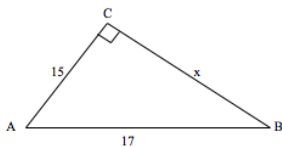
Octubre 2014



# Teorema de Pitágoras

## Ejemplo

En la figura,  $ABC$  rectángulo en  $C$ . Con las medidas dadas, el valor del cateto  $x$  es igual a:



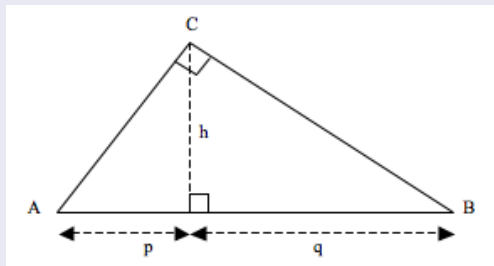
Aplicando Pitágoras:

$$15^2 + x^2 = 17^2 \rightarrow x^2 = 17^2 - 15^2$$

$$x^2 = 64 \rightarrow x = \pm 8$$

Se considera 8 positivo, porque  $x$  representa el cateto del triángulo.

## Teorema de Euclides para la altura del triángulo rectángulo:

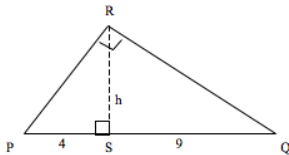


Si  $ABC$  es triángulo rectángulo en  $C$ , y  $h$  su altura, que define sobre la hipotenusa los segmentos  $p$  y  $q$ , entonces:

$$h^2 = p \cdot q$$

## Ejemplo

En la figura,  $PQR$  es triángulo rectángulo en  $R$ . Calcular la altura  $h$ :



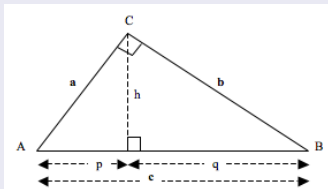
Aplicando el teorema de Euclides:

$$h^2 = 4 \cdot 9 \rightarrow h^2 = 36$$

$$h = \pm 6$$

Se considera 6 positivo, porque  $h$  representa la altura del triángulo.

## Teorema de Euclides y los lados del triángulo rectángulo



Si  $ABC$  es triángulo de catetos  $a$  y  $b$  e hipotenusa  $c$ , rectángulo en  $C$  y  $h$  es altura, entonces, según el teorema de Euclides se cumple que:

$$a^2 = p \cdot (p + q)$$

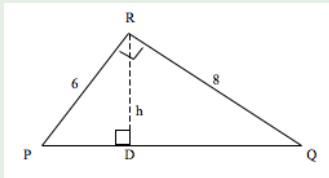
$$b^2 = q \cdot (p + q)$$

Además:

$$h = \frac{a \cdot b}{c}$$

## Ejemplo:

En la figura,  $PQR$  es triángulo rectángulo en  $R$ . Si  $\overline{PR} = 6$  y  $\overline{QR} = 8$ , calcular la altura  $h$ .



Solución: Por el teorema de Pitágoras se calcula  $\overline{PQ}$ :

$$\overline{PQ} = \sqrt{6^2 + 8^2} \rightarrow \overline{PQ} = 10$$

Entonces, por el teorema de Euclides:

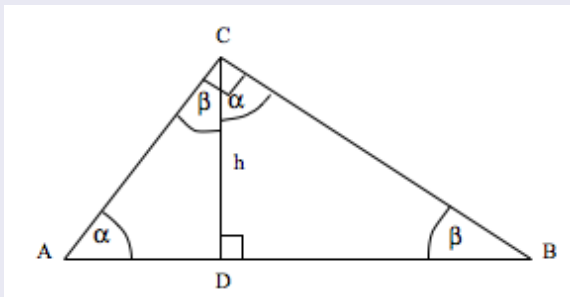
$$h = \frac{6 \cdot 8}{10} \rightarrow h = 4,8$$



# Teorema de Euclides

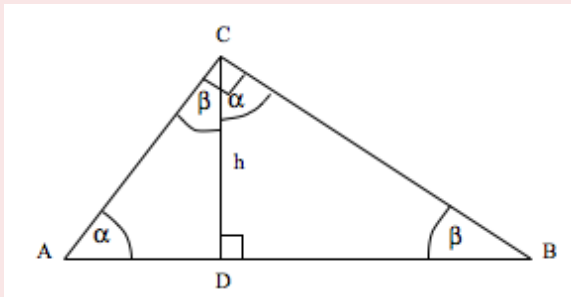
## Teorema de Euclides y proporcionalidad en el triángulo rectángulo

En la figura,  $ABC$  es triángulo rectángulo en  $C$ , y  $h$  su altura proyectada sobre la hipotenusa.



Si en un triángulo  $ABC$  rectángulo en  $C$  se traza la altura  $h$  correspondiente a la hipotenusa, los triángulos rectángulos que resultan son semejantes entre sí y semejantes al triángulo dado.

Esto es:

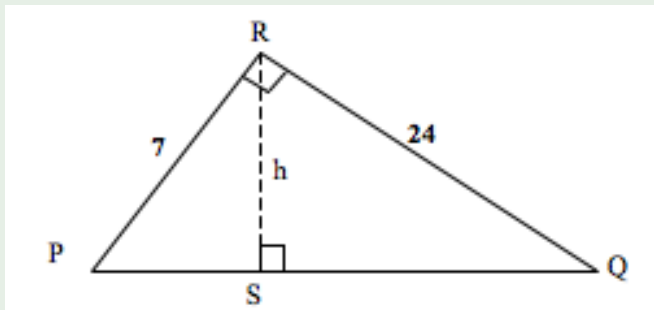


$$\bullet \triangle ADC \sim \triangle CDB \quad \bullet \triangle ADC \sim \triangle ACB \quad \bullet \triangle CDB \sim \triangle ACB$$

Es decir, se cumplen las proporcionalidades:

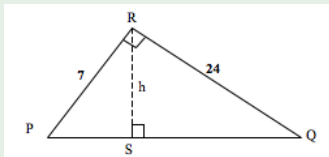
$$\bullet \frac{\overline{AD}}{h} = \frac{h}{\overline{DB}} \quad \bullet \frac{\overline{AD}}{h} = \frac{h}{\overline{AB}} \quad \bullet \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$$

Ejemplo: En la figura,  $PQR$  es triángulo rectángulo en  $R$ .



Si  $\overline{PR} = 7$  y  $\overline{QR} = 24$ , calcule  $\overline{PQ}$  y  $h$ . Además, calcule  $\overline{PS}$  aplicando semejanza de triángulos.

Ejemplo: En la figura,  $PQR$  es triángulo rectángulo en  $R$ .



Si  $\overline{PR} = 7$  y  $\overline{QR} = 24$ , calcule  $\overline{PQ}$  y  $h$ . Además, calcule  $\overline{PS}$  aplicando semejanza de triángulos.

$\overline{PQ}$  puede ser calculado mediante el teorema de Pitágoras

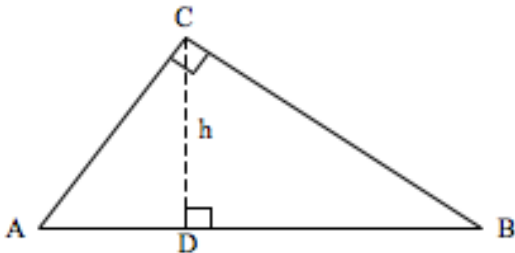
$$\overline{PQ} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

Ahora, para calcular la altura  $h$ :

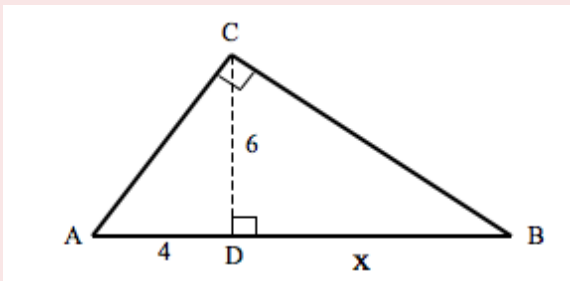
$$\frac{\overline{PS}}{6,72} = \frac{7}{24} \rightarrow \overline{PS} = \frac{6,72 \cdot 7}{24} = 1,96$$

## Ejercicio 1:

En la figura,  $ABC$  triángulo rectángulo en  $C$ , con altura  $h = 6\text{cm}$ .  
Si  $\overline{AD} = 4$ , el valor de  $\overline{DB}$  es:



Solución: Incorporamos los datos en la figura



Aplicando el Teorema de Euclides:

$$6^2 = 4x$$

$$x = \frac{36}{4}$$

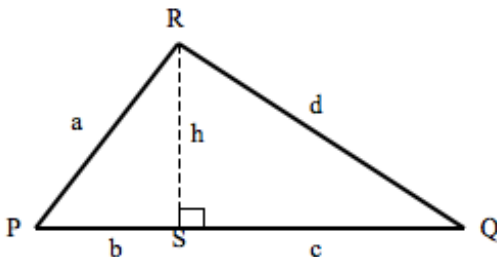
$$x = 9cm$$

## Ejercicio 2:

En la figura,  $PQR$  triángulo escaleno, con altura  $h$ . Es posible determinar si  $PQR$  es o no rectángulo en  $R$ , si:

$$(1) h : b = c : h$$

$$(2) a + d > b + c$$



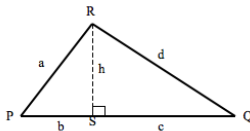
## Ejercicio 3:

En la figura, se ven los triángulos  $ABC$  y  $PQR$ . Es posible determinar si  $\triangle ABC \simeq \triangle PQR$ , sabiendo que:

$$(1) h : b = c : h$$

$$(2) a + d > b + c$$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



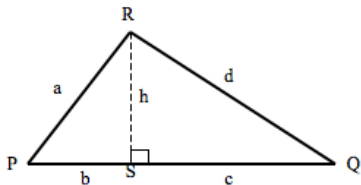


## Solución Ejercicio 3:

Utilizando

$$(1) h : b = c : h$$

Si se despeja  $h$ , queda:  $h^2 = b \cdot c$ , que es el teorema de Euclides, válido para triángulos rectángulos.



Conclusión:

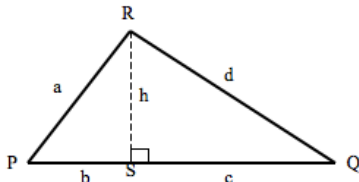
Por lo tanto (1) por sí misma, permite lo solicitado

## Solución Ejercicio 3:

Utilizando

$$(2) \quad (2)a + d > b + c$$

Este enunciado, aunque es verdadero para todo triángulo, no permite establecer si  $R$  es o no ángulo recto.

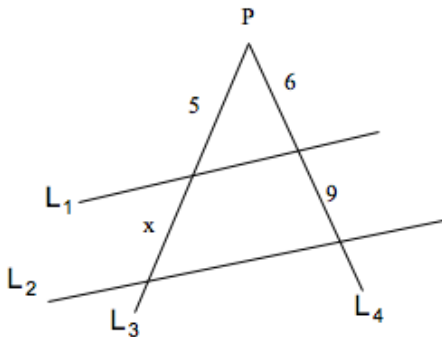


Conclusión:

Por lo tanto (2) por sí sola, no permite determinar lo solicitado. La alternativa correcta es A.

## Ejercicio 1:

En la figura,  $L_1$  y  $L_2$  son rectas paralelas intersectadas por las transversales  $L_3$  y  $L_4$ , que a su vez se intersectan en  $P$ . Con los valores de la figura encuentre el valor de  $x$ .



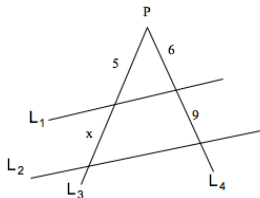
## Solución:

De acuerdo a la figura, se trata de proporcionalidad de trazos, solucionable mediante el teorema de Thales.

$$\frac{5}{6} = \frac{x}{9}$$

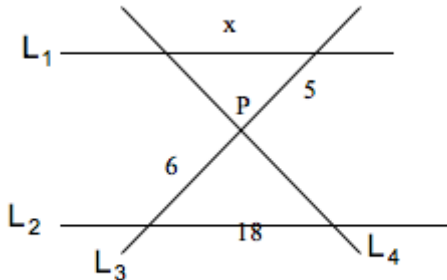
$$\frac{5 \cdot 9}{6} = x$$

$$\frac{15}{2} = x$$



## Ejercicio 2:

En la figura,  $L_1$  y  $L_2$  son rectas paralelas. Las transversales  $L_3$  y  $L_4$  se intersectan en  $P$ . Con los valores dados en la figura, encuentre el valor de  $x$



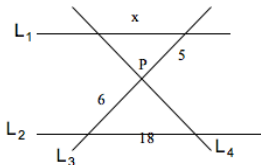
## Solución:

De acuerdo a la figura, se trata de proporcionalidad de trazos mediante el teorema de Thales.

$$\frac{5}{x} = \frac{6}{18}$$

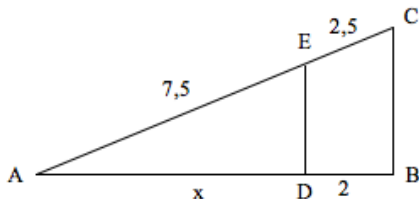
$$x = \frac{90}{6}$$

$$x = 15$$



## Ejercicio 3:

En la figura,  $ABC$  es triángulo. Si  $\overline{DE}$  es paralelo a  $\overline{BC}$ , entonces, con los valores dados, la medida de  $x$ , es:



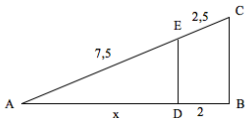
## Solución:

Como  $DE \parallel BC$ , es aplicable el teorema de Thales:

$$\frac{2,5}{2} = \frac{7,5}{x}$$

$$x = \frac{15}{2,5}$$

$$x = 6$$





Próximo Jueves:

Jueves 9 de octubre, 17:30 Proporcionalidad en la circunferencia.

Más Información y Ejercicios :

[www.preunab.cl](http://www.preunab.cl)