PreUnAB

VOLUMENES DE CUERPOS GEOMETRICOS

Clase # 20

Universidad Andrés Bello

Octubre 2014

CONCEPTOS PREVIOS

Volumen:

El volumen es una magnitud definida como la extensión en tres dimensiones de un cuerpo en el espacio. Es, por lo tanto, el espacio que ocupa un cuerpo. La unidad de medida de volumen en el Sistema Internacional de Unidades es el metro cúbico. A partir de esta medida se definen sus subunidades:

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3$$

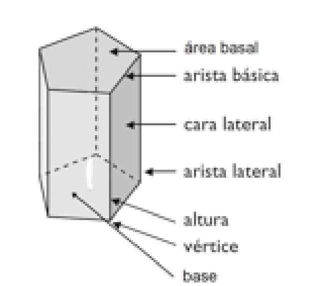
Capacidad:

La capacidad se refiere al volumen de espacio vacío de un cuerpo, suficiente para contener cosas tales como líquidos, granos, etc. La unidad de capacidad es el litro. A partir de esta medida se definen sus subunidades y equivalencias:

$$1litro = 1000cc$$

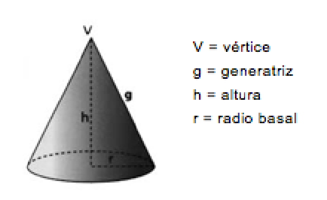
Prisma

Un prisma es un cuerpo determinado por dos polígonos paralelos y congruentes que se denominan bases y por tantos paralelogramos como lados tengan las bases.



Cono

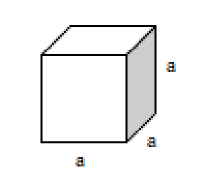
Un prisma es un cuerpo determinado por dos polígonos paralelos y congruentes que se denominan bases y por tantos paralelogramos como lados tengan las bases.



Volumen de un Cubo

$a = arista\ del\ cubo$

$V = a^3$

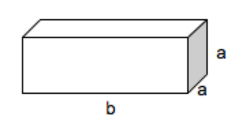


Volumen de un Prisma de base cuadrada

$a = arista\ de\ la\ base$

$b = altura$

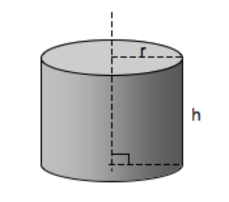
$V = a^2 \cdot b$



VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

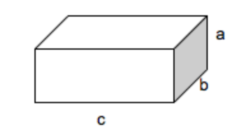
Volumen de un Cilindro recto

$r = radio\ basal$
$h = altura$
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$



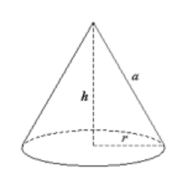
Volumen de un Prisma de base rectangular

$a = arista\ de\ la\ base$
$b = arista\ lateral$
$c = altura$
$V = a \cdot b \cdot c$



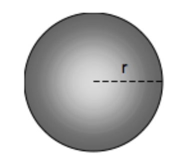
Volumen de un Cono recto

$$r = radio\ basal$$
$$h = altura$$
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$



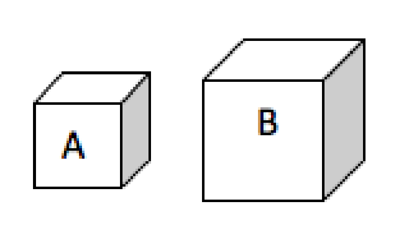
Volumen de una Esfera

$$r = radio\ de\ la\ esfera$$
$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$



Ejercicio 1

En la figura, A y B son dos cubos. La cara sombreada de A mide $4cm^2$, mientras que la de B mide $16cm^2$.
¿En qué razón están sus volúmenes?



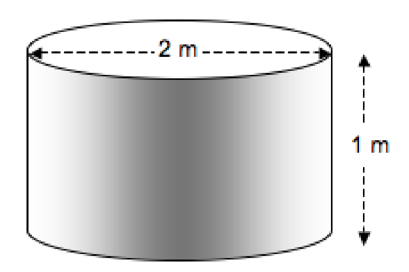
Solución:

Cubo A: $Arista = 2cm. \rightarrow Volumen = 2^3 = 8cm^3$.
Cubo B: $Arista = 4cm. \rightarrow Volumen = 4^3 = 64cm^3$.

$$Razon = \frac{8}{68} = \frac{1}{8}$$

Ejercicio 2

En la figura, un estanque para almacenar agua, de 2 metros de diámetro y 1 metro de altura. Si el estanque está con agua hasta los $\frac{3}{4}$ de su capacidad
¿Cuántos litros de agua tiene en ese momento?



EJERCICIOS

Solución:

Volumen total del estanque: $V = \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \pi m^3$.

$\dfrac{3}{4}$ del Volumen total del estanque: $V = \dfrac{3}{4}\pi m^3$.

Transformando m^3 a litros:

$$1000 \cdot \frac{3}{4}\pi = 750\pi litros$$

Ejercicio 3:

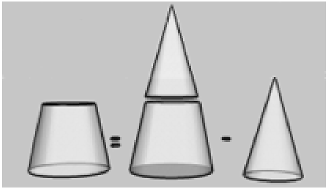
La figura muestra un recipiente de greda, hecho para guardar agua, granos y otros productos similares. Tiene la forma de un cono recto truncado, con un diámetro interior mayor D y un diámetro interior menor d. Esposible calcular su capacidad si:

(1) $D = 50cm.$
(2) $d = 35cm.$

A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C)Ambas juntas (1) y (2)
D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

Solución Ejercicio 3:

La capacidad del contenedor se puede calcular por diferencia entre el volumen del contenedor como si fuese un cono completo y el volumen de la punta de un cono, tal como muestra el esquema siguiente:

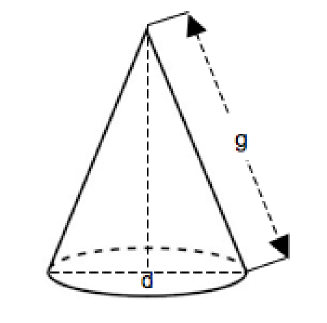


Conclusión:

Sin embargo, para calcular el volumen del cono se hace necesario conocer su altura, lo que en este caso no se da. Por lo tanto, se requiere información adicional Alternativa correcta: E.

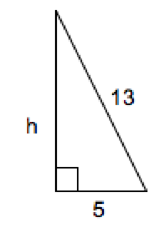
Ejercicio 4

En la figura se muestra un cono de diámetro basal d y generatriz g. Si $d = 10cm$ y $g = 13cm$, ¿cuál es el volumen del cono?



Solución:

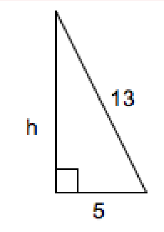
Para calcular el volumen del cono se requiere conocer su radio basal y su altura. Se reducirá la situación al siguiente triángulo:



La altura h del cono se calcula aplicando el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

Solución:



Entonces, el volumen del cono de radio $r = 5cm$ y $h = 12cm$ es:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi$$

Adelanto

Próxima Semana:

Martes 21 de Noviembre, 17:30 Rectas y Planos en el Espacio.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl