

PreUnAB



Numéros Racionales

Clase # 1

Universidad Andrés Bello

Junio 2014

Definición

Son los números desde el 1 al infinito positivo.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

Numeros consecutivos

Si un número natural cualquiera se representa por n , entonces, el número que se obtiene al restarle uno es su antecesor, y el número que se obtiene al sumarle uno es su sucesor

| Antecesor de n | Número | Sucesor de n |
|------------------|--------|----------------|
| $n - 1$ | n | $n + 1$ |

Números Pares

Los números pares son de la forma general: $2n$, donde n pertenece a \mathbb{N} . Los números pares son, por lo tanto, múltiplos de 2.

| Antecesor par | Número par | Sucesor par |
|---------------|------------|-------------|
| $2n - 2$ | $2n$ | $2n + 2$ |

Números Impares

Los impares son de la forma general: $2n + 1$, donde n pertenece a \mathbb{N}

| Antecesor impar | Número impar | Sucesor impar |
|-----------------|--------------|---------------|
| $2n - 1$ | $2n + 1$ | $2n + 3$ |

Definición

Los números primos se definen como todo número Natural mayor que 1 y que solo se puede dividir por 1 y por sí mismo.

Los primeros números primos de la recta numérica son:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31 ...

Para recordar...

- El número 1 no es primo.
- El primer primo es el 2.

Cuadro de divisibilidad

| Es divisible por | Si el número |
|------------------|---|
| 2 | Termina en cero o es par |
| 3 | Al sumar sus cifras, resulta un múltiplo de 3 |
| 4 | Las dos últimas dos cifras son un múltiplo de 4 |
| 5 | Termina en cero ó en 5 |
| 6 | Es divisible por 2 y 3 a la vez |
| 9 | La suma de sus cifras es múltiplo de 9 |
| 10 | Termina en cero |

Ejemplo

841242 es divisible por 3 ya que la suma de $8+4+1+2+4+2 = 21$, cuyas cifras, a su vez suman 3. Luego, es divisible por 3.

Definición

Son los enteros positivos, negativos y el cero

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Es decir:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

donde:

- \mathbb{Z}^+ : Es el conjunto de los enteros positivos
- \mathbb{Z}^- : Es el conjunto de los enteros negativos

Definición

Es el conjunto de todos los números que pueden escribirse como fracción

$$\frac{a}{b} = k$$

donde:

a : numerador ; b : denominador ; k : cociente

Pertenecen al conjunto de los números racionales \mathbb{Q}

- Los enteros positivos y negativos: $-3 = \frac{-3}{1}$
- Las fracciones comunes
- Los decimales finitos
- Los decimales infinitos: periódicos y semiperiódicos

Todo número racional se puede escribir como número decimal. Un número decimal se obtiene al efectuar la división entre el numerador y el denominador de una fracción.

- Decimales finitos
- Decimales infinitos periódicos
- Números decimales infinitos semiperiódicos

Ejemplo

El decimal

$$2,4343434343434343 \dots = 2, \overline{43}$$

Es un decimal periodico, cuyo periodo es el número 43.

Operaciones con números racionales

Sean a , b , c y d distintos de cero

- Suma:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{bd}$$

- Resta:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{cd}$$

- Multiplicación:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- División:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Amplificar y simplificar una fracción

Amplificar una fracción

Es multiplicar su numerador y su denominador por el mismo número, obteniéndose una fracción equivalente

Ejemplo: La fracción $\frac{5}{2}$ será amplificada por 7

$$\frac{5}{2} = \frac{5}{2} \cdot 1 = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{35}{14}$$

Simplificar una fracción

Es dividir el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número, obteniéndose una fracción equivalente

Ejemplo: La fracción $\frac{35}{14}$ será simplificada por 7

$$\frac{35}{14} = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{7} = \frac{5}{2} \cdot 1 = \frac{5}{2}$$

Transformación de racionales

Caso 1: De fracción a decimal

Para esto, basta dividir el numerador por el denominador

Ejemplo: Vamos a transformar la fracción $\frac{4}{5}$ en un decimal

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8$$

Caso 2: De decimal a fracción común

La fracción resultante tiene como numerador un número sin la coma y como denominador una potencia de 10 con tantos ceros como el número total de decimales

Ejemplo: Vamos a transformar el decimal 0,25 en fracción

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Caso 3: De decimal periódico a fracción común

La fracción resultante tiene como numerador el número, sin coma, incluyendo el período, menos los enteros. Como denominador, tantos 9 como cifras tenga el período.

Ejemplo:

$$3, \overline{12} = \frac{312 - 3}{99}$$

Entonces. $3, \overline{12} = \frac{312 - 3}{99} = \frac{309}{99} = \frac{103}{33}$

Caso 4: De decimal semiperiódico a fracción común

la fracción resultante tiene como numerador una cifra formada por el número sin la coma, menos los enteros y anteperíodo. Como denominador lleva un número de tantos 9 como cifras tenga el período, seguidos de tanto ceros como cifras tenga el anteperíodo decimal.

Ejemplo:

El número entero, sin comas es 4273.

Se le resta la cifra entera y anteperíodo, que es 42.

2 nueves, porque el período tiene 2 cifras y 1 cero, porque el anteperíodo tiene 1 cifra.

Entero = 4
Anteperíodo = 2
Período = 73

$$4,2\overline{73} = \frac{4273 - 42}{990}$$

Entonces: $4,2\overline{73} = \frac{4273 - 42}{990} = \frac{4231}{990}$

Ejercicio 1

Se tienen dos números naturales P y Q . Se desea saber si el producto PQ es par o impar:

- (1) P es impar.
- (2) $P + Q$ es par.

- A) (1) por sí sola. B) (2) por sí sola. C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

Solución:

(1) P es impar Si P es impar, el producto PQ será par o impar, dependiendo del valor de Q . Por lo tanto, (1) por sí sola no sirve para resolver el problema.

(2) $P + Q$ es par La única forma de que $P + Q$ sea par es que ambos términos sean pares o ambos sean impares. Por lo tanto, (2) por sí sola no sirve para resolver el problema planteado.

Ambas juntas, (1) y (2) Según (1), P es impar y si $P + Q$ es par significa que Q es impar. Por lo tanto, con ambas informaciones juntas, (1) y (2), se puede resolver el problema planteado.

Alternativa correcta: C.

Ejercicio 2

En la siguiente expresión, n representa un número racional distinto de cero: $5 - \frac{1}{n}$. ¿Para cuál(es) de los siguientes valores de n , la expresión representa un número natural?

$$(I) n = \frac{1}{2}; (II) n = \frac{1}{8}; (III) n = \frac{-1}{6}$$

- A) Sólo (I).
- B) Sólo (I) y (II).
- C) Sólo (I) y (III).
- D) Sólo (II) y (III).
- E) (I), (II) y (III).

Solución:

(I) Para $n = \frac{1}{2}$, se tiene: $5 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 5 - 2 = 3$, esto es N.

(II) Para $n = \frac{1}{8}$, se tiene: $5 - \frac{2}{\frac{1}{8}} = 5 - 8 = -3$, esto es Z.

(III) Para $n = \frac{-1}{6}$, se tiene: $5 - \frac{1}{\frac{-1}{6}} = 5 - (-6) = 11$, esto es N.

Alternativa correcta: C.

Ejercicio 3

El valor numérico de la expresión: $0,4 + 0,\bar{6} + \frac{3}{5}$

A) $\frac{8}{5}$

B) $\frac{13}{5}$

C) $\frac{25}{3}$

D) $\frac{8}{3}$

E) $\frac{5}{3}$

EJERCICIOS

Solución:

$$0,4 + 0,6 + \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{6}{10} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{6}{10} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{5} + \frac{2}{5}$$

$$1 + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

Alternativa correcta: E.

Próxima Semana:

Martes 17 de Junio, 17:30 Números Irracionales.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl