

PreUnAB



Ecuación de la Recta

Clase # 10

Universidad Andrés Bello

Agosto 2014

Forma

La ecuación de la recta tiene la forma:

$$y = mx + n$$

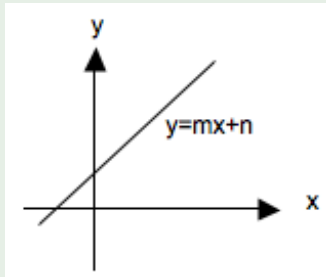
con m y n constantes reales, $m \neq 0$

Elementos de la ecuación

- m se denomina pendiente de la recta.
- n se denomina intercepto de la recta.
- $y = mx + n$ se denomina ecuación principal de la recta.

Representación Gráfica de la Recta

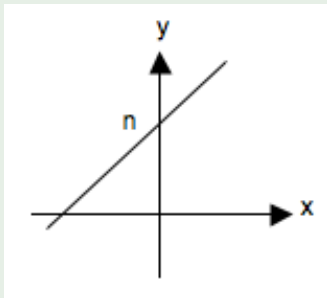
En el plano, la ecuación de la forma $y = mx + n$ es una recta.



Intercepto de la Recta

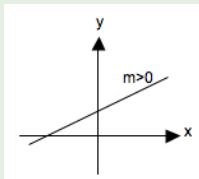
En el plano, el intercepto de una recta es el valor de y en el cual la recta interseca al eje y .

En la ecuación $y = mx + n$, corresponde a la constante n .

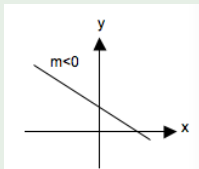


Interpretación de la Pendiente de la Recta

Si la pendiente es positiva, la recta es creciente. Relación directa entre x e y .

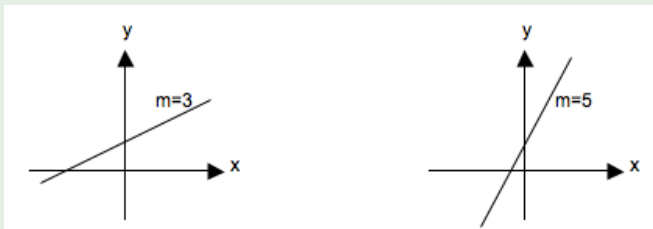


Si la pendiente es negativa, la recta es decreciente. Relación inversa entre x e y .



Valor Absoluto de la Pendiente

Indica cantidad de unidades de variación de y por cada unidad que varía x . A mayor valor absoluto de la pendiente, mayor es la variación de y por cada variación de x .



En el gráfico muestra que a mayor valor de la pendiente, mayor es la velocidad de crecimiento de y . Cuando la pendiente es 5, el valor de y aumenta 5 unidades por cada unidad de variación de x , mientras que si $m = 3$, lo hace solo a razón de 3 unidades.

Ejemplo

Dada la recta: $y = 2x + 5$

- El intercepto indica que la recta intersecta al eje y en $y = 5$.
- La pendiente es positiva, indicando una relación directa entre x e y .
- La pendiente $m = 2$ indica que por cada unidad que varíe x , el valor de y varía en 2.

Ecuación de la Recta

Cero de la Recta

Se denomina ceros de la recta a los puntos en los cuales esta interseca al eje x y al eje y .

Intersección con el eje x

La recta interseca al eje y en el valor de su intercepto, es decir, cuando $x = 0$. En la ecuación principal $y = mx + n$, corresponde a la constante n .

Intersección con el eje y

La recta interseca al eje x cuando $y = 0$, entonces:

$$y = mx + n$$

$$0 = mx + n$$

$$x = \frac{-n}{m}$$

Ejemplo

Dada la recta $2x + y = 10$, calcule sus intersecciones con los ejes y trace un esquema de la recta.

Solución

$$2x + y = 10$$

Intersección con el eje y . Cuando $x = 0$.

$$2 \cdot 0 + y = 10$$

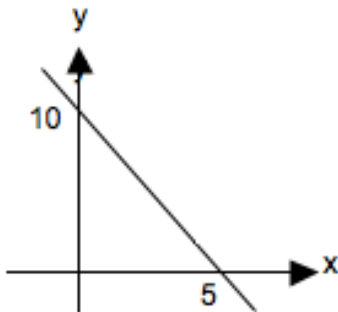
$$y = 10$$

Intersección con el eje x . Cuando $y = 0$.

$$2x + 0 = 10$$

$$x = 5$$

Sistema sin solución.



Cálculo de la Ecuación de la Recta

Para determinar la ecuación de una recta $y = mx + n$, se deben calcular los dos parámetros que la definen: la pendiente m , y el intercepto n . Cuando se tienen dos puntos, el cálculo es el siguiente:

$P_1 = (x_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$

Cálculo de la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Luego de calculada la pendiente se calcula el intercepto.

Ejemplos

Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P_1 = (-2, 5)$ y $P_2 = (6, 7)$.

Solución

Cálculo de la pendiente:

$$m = \frac{7 - 5}{6 - (-2)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

La ecuación de la recta está quedando así:

$$y = \frac{1}{4}x + n$$

Continuación Ejemplo

Usando uno de los puntos dados (cualquiera de ellos): $P_1 = (-2, 5)$

$$5 = \frac{1}{4} \cdot (-2) + n$$

$$5 = \frac{-1}{2} + n$$

$$n = \frac{1}{2} + 5$$

$$n = \frac{11}{2}$$

La ecuación de la recta es: $y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{2}$

Rectas Paralelas

Dos rectas $L_1 : y = m_1x + b$ y $L_2 : y = m_2x + d$ son paralelas (no coincidentes), si sus pendientes cumplen que:

$$m_1 = m_2$$

Rectas Perpendiculares

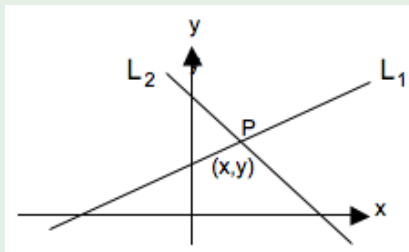
Dos rectas $L_1 : y = m_1x + b$ y $L_2 : y = m_2x + d$ son perpendiculares, si sus pendientes cumplen que:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

Rectas que se Intersecan

Si dos rectas $L_1 : y = ax + b$ y $L_2 : y = cx + d$ se intersecan en el plano, entonces, las coordenadas del punto P de intersección están dadas por la solución del sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y = ax + b \\ y = cx + d \end{array} \right\}$$



Ejemplo

Calcular el punto de intersección de las rectas $4x - y = 5$; y la recta $3x + y = 2$.

Solución

$$\begin{array}{r|l} 4x - y & = 5 \\ 3x + y & = 2 \end{array}$$

Sumando, queda:

$$7x = 7$$

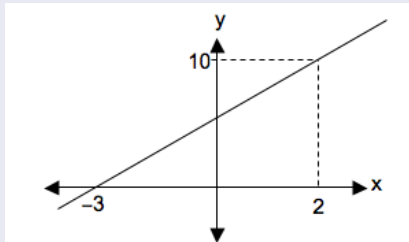
$$x = 1$$

$$y = -1$$

El punto de intersección entre las rectas es $P(1, -1)$.

Ejemplo

La ecuación de la recta de la gráfica es igual a:



Solución

El gráfico tiene claramente dos puntos: $P_1 = (2, 10)$ y $P_2 = (-3, 0)$ La pendiente es igual a:

$$m = \frac{0 - 10}{-3 - 2} = 2$$

Hasta el momento se tiene:

$$y = 2x + n$$

Reemplazando uno de los puntos, por ejemplo $(2, 10)$:

$$10 = 2 \cdot 2 + n$$

Despejando n : $n = 6$

La recta es:

$$y = 2x + 6$$

Próxima Semana:

Martes 19 de Agosto, 17:30 Inecuaciones y Sistemas de Inecuaciones Lineales con una Incógnita.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl