

PreUnAB



Logaritmos y Ecuaciones Logarítmicas

Clase # 4

Universidad Andrés Bello

Julio 2014

Definición

Se llama logaritmo en base b de un número N , al exponente a al cual elevar la base b para obtener el número N .

$$\log_b(N) = a \iff b^a = N$$

Restricciones:

- La base b debe ser mayor que cero, pero distinto de 1.
- El número N , debe ser mayor que cero. No existen logaritmos de números negativos.

Ejemplos

$$\log_3(81) = 4 \rightarrow 3^4 = 81$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(8) = -3 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$$

Sistemas de Logaritmos

El uso de distintas bases de origen a distintos sistemas de logaritmos.

- Logaritmo en base 2: $\log_2(N) = a \iff 2^a = N$.
- Logaritmo en base 3: $\log_3(N) = a \iff 3^a = N$.

Logaritmos Decimales o Comunes

Uno de los sistemas más usados es el de los logaritmos en base 10, llamados logaritmos decimales o comunes.

$$\log_{10}(N) = a \iff 10^a = N$$

Ejemplos:

- $\log_{10}(1000) = 3 \iff 10^3 = 1000$.
- $\log_{10}(0,1) = -1 \iff 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$.

Logaritmos comunes de potencias positivas de 10

En general, el logaritmo de una potencia positiva de 10 es igual al número de ceros del número.

- $\log(10) = 1.$
- $\log(100) = 2.$

Logaritmos comunes de potencias negativas de 10

En general, el logaritmo de una potencia negativa de 10 es igual al número de decimales del número, expresado con signo negativo.

- $\log(0,1) = \log 10^{-1} = -1.$
- $\log(0,01) = \log 10^{-2} = -2.$

Las principales propiedades de los logaritmos son las siguientes:

- logaritmo de la unidad: $\log(1) = 0$
- logaritmo de la base: $\log_b(b) = 1$
- logaritmo de un producto: $\log(xy) = \log(x) + \log(y)$
- logaritmo de un cuociente: $\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$
- logaritmo de una potencia: $\log(x^n) = n \cdot \log(x)$
- logaritmo de una potencia en la base: $\log_{x^n}(y) = \frac{1}{n} \cdot \log_x(y)$
- logaritmo cambio de base: $\log_x(y) = \frac{\log_z(x)}{\log_z(y)}$

Ejercicio 1

Si $\log(5) = 0,7$, calcule el valor de: $\log(2000)$

Ejercicio 1

Si $\log(5) = 0,7$, calcule el valor de: $\log(2000)$

Solución

Si $\log(5) = 0,7$, calcule el valor de: $\log(2000)$

$$\log(2000) = \log\left(\frac{10000}{5}\right) = \log(10000) - \log(5) = 4 - 0,7 = 3,3$$

Ejercicio 2

Si $\log(5) = 0,7$, calcule el valor de: $\log(\sqrt[3]{5})$

Ejercicio 2

Si $\log(5) = 0,7$, calcule el valor de: $\log(\sqrt[3]{5})$

Solución

Si $\log(5) = 0,7$, calcule el valor de: $\log(\sqrt[3]{5})$

$$\log(\sqrt[3]{5}) = \log(5^{\frac{1}{3}}) = \frac{1}{3} \cdot \log(5) = \frac{1}{3} \cdot 0,7 = \frac{7}{30}$$

Ejercicio 3

Si $\log(2) = 0,3$, el valor numérico de: $\log(50)$ es:

- A) 0,7
- B) 1,5
- C) 1,7
- D) 1,8
- E) 2,4

Solución:

Expresando 50 como: $\frac{100}{2}$, queda:

$$\log(50) = \log\left(\frac{100}{2}\right)$$

Aplicando la propiedad del logaritmo de un cuociente:

$$\log\left(\frac{100}{2}\right) = \log(100) - \log(2)$$

Entonces:

$$\log(100) - \log(2) = 2 - 0,3 = 1,7$$

Alternativa correcta: C.

Ejercicio 4

Si $\log(x) + 2\log(y) - \log(z)$, como un solo logaritmo, queda:

A) $\log(2xy - z)$

B) $\log\left(\frac{2xy}{z}\right)$

C) $\log\left(\frac{xy}{z}\right)$

D) $\log\left(\frac{xy^2}{z}\right)$

E) $\log\left(\frac{x^2y^2}{z}\right)$

Solución:

Aplicando en el segundo término la propiedad del logaritmo de una potencia:

$$\log(x) + 2\log(y) - \log(z)$$

$$\log(x) + \log(y^2) - \log(z)$$

Aplicando el logaritmo de un producto a los dos primeros términos y el logaritmo de un cociente al tercero, queda:

$$\log(x \cdot y^2) - \log(z)$$

$$\log\left(\frac{xy^2}{z}\right)$$

Alternativa correcta: D.

Ejercicio 5

De las siguientes afirmaciones:

$$\text{I) Si } \log_x 10 = 3 \rightarrow x = \sqrt[3]{10}$$

$$\text{II) Si } \log_5 x = 4 \rightarrow x = 625$$

$$\text{III) Si } \log_3 80 = x \rightarrow 3^x = 80$$

Es (son) correcta(s):

A) Sólo (I).

B) Sólo (I) y (II).

C) Sólo (I) y (III).

D) Sólo (II) y (III).

E) (I), (II) y (III).

Solución:

(I) Si $\log_x 10 = 3 \rightarrow x = \sqrt[3]{10}$. VERDADERO.

$$\log_x 10 = 3 \rightarrow x^3 = 10 \rightarrow x = \sqrt[3]{10}$$

(II) Si $\log_5 x = 4 \rightarrow x = 625$ VERDADERO.

$$\log_5 x = 4 \rightarrow 5^4 = x \rightarrow x = 625$$

(III) Si $\log_3 80 = x \rightarrow 3^x = 80$ VERDADERO.

$$\log_3 80 = x \rightarrow 3^x = 80$$

Alternativa correcta: E.

Próxima Semana:

Martes 8 de Julio, 17:30 Operatoria con Expresiones Algebraicas.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl