PreUnAB

Análisis de Fórmulas de Perímetros, Áreas y Volúmenes en Relación con la Incidencia de la Variación de los Elementos Lineales

Clase # 8

Universidad Andrés Bello

Julio 2014

Definición

Una variación está relacionada con la comparación de dos estados. El caso de la variación de una magnitud se relaciona con la comparación de su valor inicial con su valor final. Lo más usual es comparar un estado final con un estado inicial.

Variaciones por Diferencia

En este caso la variación o diferencia ($\triangle$) de la magnitud estudiada está dada por:

$$\triangle = V_{final} - V_{inicial}$$

Variaciones por Diferencia

$$\triangle = V_{final} - V_{inicial}$$

- Si $\triangle > 0$: significa que el valor final es mayor que el inicial. La magnitud tuvo un crecimiento o aumento equivalente a $\triangle$ unidades.
- Si $\triangle < 0$: significa que el valor final es menor que el inicial. La magnitud tuvo un decrecimiento o disminución equivalente a $\triangle$ unidades.
- Si $\triangle = 0$: significa que el valor final es igual que el inicial. La magnitud no tuvo cambios.

Variaciones por Cuociente

En este caso la variación o diferencia ($\triangle$) de la magnitud estudiada está dada por el cuociente:

$$\triangle = \frac{Valor Final}{Valor Incial}$$

- Si $\triangle > 1$: significa que el valor final es mayor que el inicial. La magnitud final equivale a $\triangle$ veces el valor inicial.
- Si $\triangle < 1$: significa que el valor final es menor que el inicial. La magnitud final equivale a $\triangle$ veces el valor inicial.
- Si $\triangle = 1$: significa que el valor final es igual que el inicial. La magnitud estudiada no tuvo cambios.

Variaciones Porcentuales

Las variaciones por cuociente pueden llevarse a %:

$$\triangle = \frac{(ValorFinal - ValorInicial)}{ValorInicial} \cdot 100$$

- Si $\triangle > 100\,\%$: significa la que el valor final es mayor que el inicial. La magnitud estudiada tuvo un crecimiento o aumento equivalente a $(100 - \triangle \cdot 100)\,\%$.
- Si $\triangle < 100\,\%$: significa la que el valor final es menor que el inicial. La magnitud estudiada tuvo un decrecimiento o disminución equivalente a $(100 - \triangle \cdot 100)\,\%$.
- Si $\triangle = 100\,\%$: significa que el valor final es igual que el inicial. La magnitud estudiada no tuvo cambios.

Ejemplos

Un rectángulo tiene un área de $20cm^2$. Después de la modificación de sus lados su área es $50cm^2$.

- Comparación por Diferencia: $50 - 20 = 30cm^2$. El área del triángulo aumentó en $30cm^2$.
- Comparación por Cuociente: $\frac{50}{20} = 2,5$. El área del triángulo es $2,5$ veces su área original.
- Comparación por Cuociente: $\frac{50-20}{20} = 1,5$. El área del triángulo aumentó $1,5$ veces.
- Comparación Porcentual: $\frac{50}{20} \cdot 100 = 250\,\%$. El área del triángulo aumentó al $250\,\%$.
- Comparación Porcentual: $\frac{50-20}{20} \cdot 100 = 150\,\%$. El área del triángulo aumentó en $150\,\%$.

Perímetros de Figuras Planas

El perímetro de una figura plana es la medida de su contorno.

Fórmulas de Perímetros de Figuras Planas

- Cuadrado: $P = 4a$, siendo $a =$ lado.
- Rectángulo: $P = 2(a + b)$, siendo a y b lados.
- Triángulo: $P = a + b + c$, siendo a, b y c lados.
- Polígono Irregular de n lados: $P = a_1 + a_2 + ... + a_n$, siendo a_i lados.
- Círculo: $P = \pi \cdot d = 2\pi \cdot r$.

Áreas de Figuras Planas

El área de una figura plana es la medida de la región o superficie encerrada por una figura geométrica.

Fórmulas de Áreas de las Figuras Planas

- Cuadrado: $A = a^2$, siendo $a =$ lado.
- Rectángulo: $A = a \cdot b$, siendo a y b lados.
- Triángulo: $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$, siendo $b =$ base y $h =$ altura.
- Rombo: $A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$, siendo d diagonales.
- Círculo: $A = \pi \cdot r^2$, siendo $r =$ radio.

Ejemplo

Se tiene un rectángulo de lados 5 y x. Analice la variación del su perímetro y de su área si ambos lados se duplican.

Ejemplo

- Perímetro Inicial: $P_i = 2(x+5) = 2x+10$.
- Perímetro Final: $P_f = 2(2x+10) = 4x+20 = 2(2x+10)$.

Conclusión: El perímetro de duplicó, aumentó en $(2x+10)$ unidades.

- Área Inicial: $A = 5x$.
- Área Final: $A = (2\cdot 5)(2\cdot x) = 20x = 4\cdot(5x)$.

Conclusión: El área se cuadruplicó, el área aumentó en 15 unidades cuadráticas.

Volumen de un Cuerpo Geométrico

El volumen de un cuerpo geométrico es la medida del espacio que ocupa.
Existe una equivalencia entre volumen y capacidad. Mientras el volumen se mide en unidades cúbicas, la capacidad se mide en litros, sus múltiplos y submúltiplos.

$$1dm^3 = 1lt$$

$$1cm^3 = 1ml$$

Volúmenes

Fórmulas de Volúmenes

- Cubo: $V = a^3$, siendo a arista
- Prisma de base cuadrada: $V = a^2 \cdot h$, siendo a lado de la base, h altura.
- Prisma de base rectangular: $V = a \cdot b \cdot c$, donde a, b y c son aristas.
- Cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, siendo r radio, h altura.
- Cono Recto: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$, siendo r radio basal, h altura.
- Esfera: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$, siendo r radio.

Ejemplos

Ejemplo 1

Un triángulo equilátero de lado $20cm$. reduce su lado a $10cm$. ¿ En qué proporción se reduce su área?

Solución

El área inicial será:

$$A = \frac{1}{4} \cdot 20^2 \cdot \sqrt{3} = 100\sqrt{3}cm^2$$

La condición final es:

$$A = \frac{1}{4} \cdot 10^2 \cdot \sqrt{3} = 25\sqrt{3}cm^2$$

Realizando Cuociente:

$$\frac{A_f}{A_i} = \frac{25 \cdot \sqrt{3}}{100 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 2

Un cilindro recto aumenta su radio al doble y reduce su altura a la cuarta parte. ¿Cómo varía su volumen?

Solución

El condición inicial será:

$$V_i = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

La condición final es:

$$V_f = \pi \cdot (2r)^2 \cdot \frac{1}{4}h = 4r^2 \cdot \frac{1}{4}h$$

Entonces:

$$V_f = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

El volumen no experimentó cambios.

Adelanto

Próxima Semana:

Martes 5 de Agosto, 17:30 Sistemas de Ecuaciones Lineales con Dos Incognitas.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl