

preunab 

Inecuaciones y Sistemas de Inecuaciones Lineales con una Incógnita

Clase # 11

Universidad Andrés Bello

Orden en \mathbb{R}

Dados dos números reales a y b , se dice que a es menor que b , $a < b$, si b está más a la derecha que a en la recta real.

De otra forma: dados dos números reales a y b , se dice que a es menor que b si $b - a > 0$



En la figura:

$$a < b$$

Ejemplo



- -6 es menor que -1 , porque está a la izquierda de -1 .
- -1 es mayor que -6 , porque está a la derecha de -6 .

Luego:

$$-6 < -1$$

Desigualdades

Una desigualdad es una expresión matemática que contiene un signo de desigualdad. Los signos de desigualdad entre a y b son:

- $a > b$: a es mayor que b .
- $a < b$: a es menor que b .
- $a \leq b$: a es menor o igual que b .
- $a \geq b$: a es mayor o igual que b .

Propiedades de las Desigualdades

- El signo de una desigualdad NO cambia de dirección si se le suma (o resta) una misma cantidad.

$$a > b \rightarrow a + c > b + c$$

- El signo de una desigualdad NO cambia de dirección si se multiplica (o divide) por una misma cantidad positiva.

$$a \leq b \rightarrow a \cdot c \leq b \cdot c$$

- El signo de una desigualdad CAMBIA de dirección si se multiplica (o divide) por una misma cantidad negativa.

$$a \geq b \rightarrow a \cdot c \leq b \cdot c$$

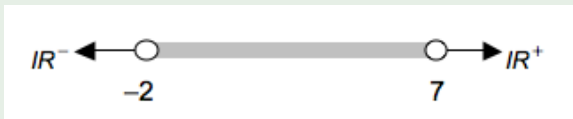
Intervalos Reales

Dados dos números a y b , el conjunto de todos los números comprendidos entre estos límites, conforman un intervalo.

Definición de intervalo: Se llama intervalo al conjunto de números reales comprendidos entre dos números dados: a y b , que se llaman extremos o límites del intervalo.

Tipos de Intervalos

Intervalo ABIERTO: en este caso, el intervalo NO considera a los valores extremos. Gráficamente se denota dejando los puntos en la recta, sin relleno. Ejemplo:

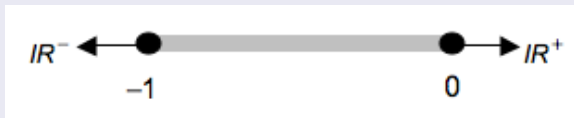


A este intervalo pertenecen todos los reales entre -2 y 7 , EXCLUYENDO al -2 y al 7 .

- Notación de intervalo: $(-2, 7)$ o $] - 2, 7[$
- Notación algebraica: $-2 < x < 7$

Intervalo Cerrado

En este caso, el intervalo SÍ considera los valores extremos. Gráficamente se denota dejando los puntos en la recta, con relleno. Ejemplo:



A este intervalo pertenecen todos los reales entre -1 y 0 , INCLUYENDO al -1 y al 0 .

- Notación de intervalo: $[-1, 0]$
- Notación algebraica: $-1 \leq x \leq 0$

Intervalo Semicerrado o Semiabierto

En este caso, el intervalo considera a uno de sus extremos mientras que al otro no.

Ejemplo:

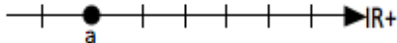


A este intervalo pertenecen todos los reales entre 3 y 9, INCLUYENDO al 3, pero EXCLUYENDO al 9.

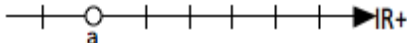
- Notación de intervalo: $[3, 9)$ o $[3, 9[$
- Notación algebraica: $3 \leq x < 9$

Intervalos hacia el infinito

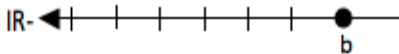
- $[a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$



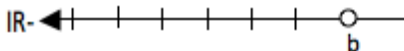
- $]a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$



- $] - \infty, b] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$



- $] - \infty, b[= \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$



Inecuaciones de Primer Grado con una Incógnita

Inecuaciones

Una desigualdad que contiene al menos una incógnita se llama inecuación. Ejemplo:

$$1 + 4x < 12$$

$$2 - 3x \leq 5x + 7$$

La solución de una inecuación, si existe, es el conjunto de todos los valores reales que cumplen con la condición dada por la inecuación.

Resolución de inecuaciones de primer grado con una incógnita

Se resuelve en forma similar a una ecuación de primer grado, aplicando las propiedades de las desigualdades.

Inecuaciones de Primer Grado con una Incógnita

Ejemplo

Encontrar el conjunto solución de la inecuación: $10 + 4x \geq x - 6$

Aplicando Propiedades:

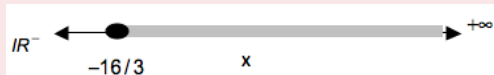
$$10 + 4x \geq x - 6$$

$$4x - x \geq -6 - 10$$

$$3x \geq -16$$

$$x \geq \frac{-16}{3}$$

Gráficamente la solución es:



La notación del intervalo es: $x \in \left[\frac{-16}{3}, +\infty[\right.$

Sistemas de Inecuaciones de Primer Grado con una Incógnita

Concepto

Un sistema de inecuaciones es un grupo de dos o más inecuaciones. El conjunto solución del sistema es el conjunto de todas las soluciones comunes a todas las inecuaciones que conforman el sistema.

Ejemplos:

$$\left. \begin{array}{l} 1 + 3x \geq 1 \\ x - 6 > 4 \end{array} \right|$$

$$4 - 5x < 5x + 7 \geq x - 3$$

Sistemas de Inecuaciones de Primer Grado con una Incógnita

Resolución de sistemas de inecuaciones con una incógnita

Se resuelve cada inecuación por separado, siendo el conjunto solución del sistema la intersección de los conjuntos soluciones de ambas inecuaciones. Para determinar la intersección, es usual utilizar la representación gráfica de las soluciones.

Ejemplo

Calcular el conjunto solución de sistema de inecuaciones:

$$\begin{array}{l} 7 + 2x \geq 1 - x \\ 6 - x > 4 \end{array}$$

Solución

Resolviendo la primera inecuación:

$$7 + 2x \geq 1 - x$$

$$x + 2x \geq 1 - 7$$

$$3x \geq -6$$

$$x \geq \frac{-6}{3}$$

$$x \geq -2$$

Resolviendo la segunda inecuación:

$$6 - x > 4$$

$$-x > 4 - 6$$

$$-x > -2$$

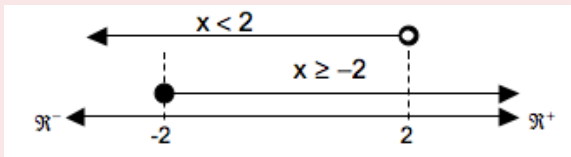
Segunda Parte Solución

Resolviendo la segunda inecuación:

$$-x > -2$$

$$x < 2$$

Graficando las soluciones:



El intervalo que cumple con ambas condiciones que plantea el sistema es entre -2 y 2 , cerrado a la izquierda y abierto a la derecha.

Tercera Parte Solución

Representar la solución:

- Algebraico: $-2 \leq x < 2$
- Intervalo: $x \in [-2, 2)$
- Gráfico:

