preunab

Introducción a las Funciones

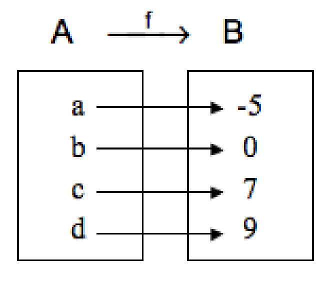
Clase # 12

Universidad Andrés Bello

Concepto de función Matemática

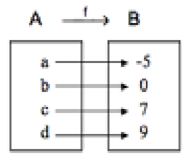
Concepto general de función

En matemática el concepto de función se refiere a una regla f que asigna a cada elemento de un primer conjunto de partida A, un único elemento de un segundo conjunto de llegada, B.



La manera habitual de denotar una función es: $f : A \to B$, que describe, en términos generales, una función f definida desde el conjunto A al conjunto B.

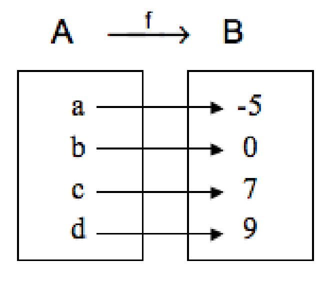
Concepto general de función



En el diagrama:

- A es el dominio de la función f, o conjunto de partida.
- B es el codominio o recorrido de la función f, o conjunto de llegada.
- f es la regla que asigna a cada valor de A un único valor en B.
- Cada uno de los elementos del codominio se denomina imagen del elemento del dominio que lo asocia.
- Cada uno de los elementos del dominio se denomina preimagen del elemento del codominio que tiene asociado.

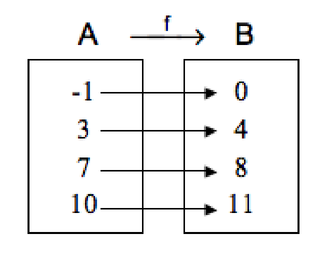
Concepto general de función



De este modo, en el diagrama:

- El conjunto dominio es $\{a, b, c, d\}$
- El conjunto recorrido es $\{-5, 0, 7, 9\}$
- El -5 es la imagen de a
- El elemento c es la preimagen de 7.

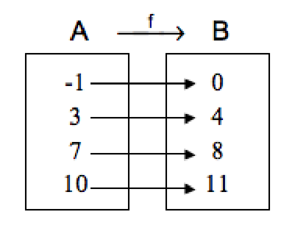
Nomenclatura y notación funcional



Dominio y recorrido de la función

- El dominio de una función se denota como $Dom f$.
- El codominio o recorrido de una función se denota como $Rec f$.
- En el diagrama $Dom f = \{-1, 3, 7, 10\}$
- En el diagrama $Rec f = \{0, 4, 8, 11\}$

Nomenclatura y notación funcional

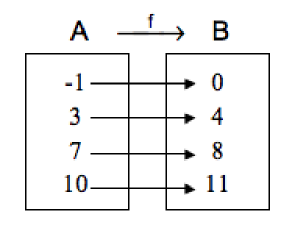


Se dice que la imagen de un elemento del conjunto dominio, es el elemento del conjunto recorrido que tiene asociado, en virtud de la función f. Se denota como $f(x) = y$, en donde x es el elemento del dominio e y es su imagen en el recorrido. En el diagrama:

- La imagen de -1 es 0. Se escribe $f(-1) = 0$.
- $f(3) = 4, \ f(7) = 8, \ f(10) = 11.$
- En general: $f(x) = y$.

Concepto de función Matemática

Nomenclatura y notación funcional



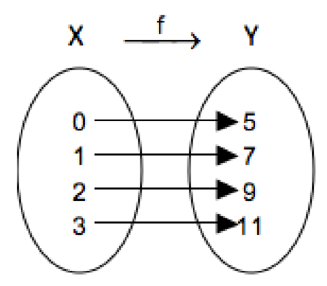
Se dice que la preimagen de un elemento del conjunto recorrido, es el elemento del dominio que lo tiene asociado, en virtud de la función f. Se denota como $f^{-1}(y) = x$, en donde y es la imagen de x. En el diagrama:

- Bajo la función f, -1 es la preimagen de 0, $f^{-1}(0) = -1$.
- Bajo la función f, 3 es la preimagen de 4, $f^{-1}(4) = 3$.
- En general: $f^{-1}(y) = x$.

Representaciones de una función

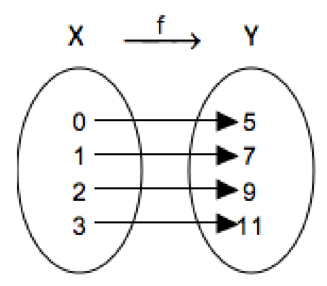
Suponga que una función f define que cada valor del dominio tendrá como imagen un número igual al doble de su valor, aumentado en 5, siendo esta función definida para $Dom f = \{0, 1, 2, 3\}$.

Representación sagital: Se refiere a una representación gráfica como la siguiente.



Concepto de función Matemática

Representaciones de una función



- $Domf = \{0, 1, 2, 3\}$.
- $Recf = \{5, 7, 9, 11\}$.
- $f(0) = 5 \rightarrow f^{-1}(5) = 0$.
- $f(3) = 11 \rightarrow f^{-1}(11) = 3$.

Representaciones de una función

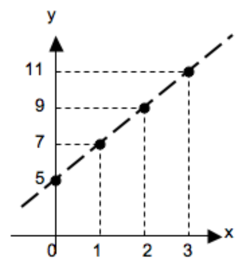
Representación en tabla de valores:

X	Y
0	5
1	7
2	9
3	11

- $Dom f = \{0, 1, 2, 3\}$.
- $Rec f = \{5, 7, 9, 11\}$.
- $f(1) = 7 \rightarrow f^{-1}(7) = 1$.
- $f(2) = 9 \rightarrow f^{-1}(9) = 2$.

Representaciones de una función

Representación gráfica:



- $Dom f = \{0, 1, 2, 3\}$.
- $Rec f = \{5, 7, 9, 11\}$.
- $f(1) = 7 \rightarrow f^{-1}(7) = 1$.
- $f(2) = 9 \rightarrow f^{-1}(9) = 2$.

Representaciones de una función

Representación algebraica:

$$f(x) = 2x + 5$$

- $f(0) = 2 \cdot 0 + 5 = 5 \to f^{-1}(5) = 0.$
- $f(1) = 2 \cdot 1 + 5 = 7 \to f^{-1}(7) = 1.$
- $f(2) = 2 \cdot 2 + 5 = 9 \to f^{-1}(9) = 2.$
- $f(3) = 2 \cdot 3 + 5 = 11 \to f^{-1}(11) = 3.$

ejemplo 1

Encuentre el dominio, recorrido y ceros de la función:
$f(x) = \dfrac{3x+2}{x-4}$

Dominio

Como las funciones son de variable real, están deben cumplir las condiciones de estos, que se llaman restricciones de los reales:

- $\sqrt{a} \to 0 \leq a$.
- $\dfrac{a}{b} \to b \neq 0$.
- $log(a) \to a > 0$.

En el caso del ejemplo es una fracción, por lo tanto $x - 4 \neq 0$

$$x - 4 \neq 0$$

$$x \neq 4 \to Dom f = x \in \mathbb{R} - \{4\}$$

ejemplo 1

Encuentre el dominio y recorrido de la función: $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-4}$

Recorrido

En el caso del recorrido se debe hacer $f^{-1}(y) = x$, es decir despejar algebraicamente x:

$$f(x) = \frac{3x+2}{x-4}$$

$$(x-4)f(x) = 3x+2$$

$$xf(x) - 4f(x) = 3x+2$$

$$xf(x) - 3x = 4f(x)+2$$

$$x(f(x)-3) = 4f(x)+2$$

Ejemplos

ejemplo 1

Encuentre el dominio y recorrido de la función: $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-4}$

Continuación Recorrido

$$x(f(x)-3) = 4f(x)+2$$

$$x = \frac{4f(x)+2}{f(x)-3}$$

Como $y = f(x)$

$$x = \frac{4y+2}{y-3}$$

Por las restricciones antes mencionadas $y-3 \neq 0$

$$y \neq 3 \rightarrow Recf = y \in \mathbb{R} - \{3\}$$

Ejemplos

ejemplo 1

Encuentre el dominio y recorrido de la función: $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-4}$

Ceros de la función

Se refiere a la forma $f(x) = 0$

$$0 = \frac{3x+2}{x-4}$$

$$0 = 3x+2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

Esto significa que existe el par ordenado de f: $\left(\dfrac{2}{3}, 0\right)$

Ejemplos

ejemplo 1

Encuentre el dominio y recorrido de la función: $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-4}$

Continuación Ceros de la función

Se refiere a la forma $x = 0$

$$f(x) = \frac{3 \cdot 0 + 2}{0 - 4}$$

$$f(x) = \frac{2}{-4}$$

$$f(x) = \frac{-1}{2}$$

Esto significa que existe el par ordenado de f: $\left(0, \dfrac{-1}{2}\right)$