

preunab 

Otras Funciones Relevantes

Clase # 14

Universidad Andrés Bello

Función Cuadrática o de Segundo Grado

Definición de la función cuadrática

La función cuadrática tiene la forma general:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Dominio y recorrido de la función cuadrática

- Dominio: $Dom f = x \in \mathbb{R}$.
- Recorrido: Depende de los valores de a, b y c .

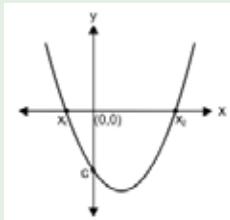
Ceros de la función cuadrática

- Intersección con eje x : Se produce cuando $f(x) = 0$, es decir, corresponde a los valores de las raíces x_1 y x_2 de la ecuación de segundo grado que se produce cuando $ax^2 + bx + c = 0$.
- Intersección con eje y : Se producen para el valor $f(0)$, es decir, este punto es igual al término libre c de la forma general.

Función Cuadrática o de Segundo Grado

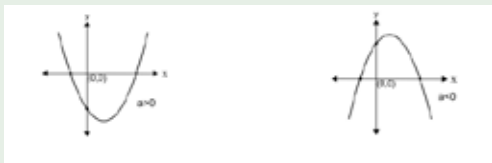
Gráfica de la función cuadrática:

Para a, b y $c \neq 0$ y discriminante > 0



Gráfica de la función cuadrática:

Según el valor del término a :



Función Cuadrática o de Segundo Grado

$$y = (x \pm a)^2, a > 0:$$

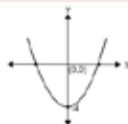


$$y = (x + a)^2$$



$$y = (x - a)^2$$

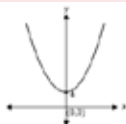
$$\text{Si } a > 0, b = 0$$



$$y = x^2 - 4$$



$$y = x^2$$



$$y = x^2 + 4$$

Función Cuadrática o de Segundo Grado

Aplicaciones de la función cuadrática:

Se ha modelado el peso P de un recién nacido durante las dos primeras semanas de vida, mediante la función:

$$P(t) = 0,02t^2 - 0,2t + 3$$

P = peso, en kilogramos, del bebé en el tiempo t .

t = tiempo, en días, desde el nacimiento del bebé.

El peso del bebé en 2 semanas es:

$$P(14) = 0,02 \cdot (14)^2 - 0,2(14) + 3$$

$$P(14) = 4,12(kg)$$

A las dos semanas el bebé pesa 4,12(kg).

Función Cuadrática o de Segundo Grado

El bebé pesa lo mismo que al nacer en el día:

Primero: peso al momento de nacer. Aquí $t = 0$.

$$P(0) = 0,02 \cdot (0)^2 - 0,2 \cdot 0 + 3$$

$$P(0) = 3(kg)$$

Segundo: Tiempo para llegar al peso de $3Kg$.

$$0,02t^2 - 0,2t + 3 = 3$$

$$0,02t^2 - 0,2t = 0$$

$$t(0,02t - 0,2) = 0$$

$$t = 0$$

$$t = \frac{0,2}{0,02} = 10$$

El bebé pesa lo mismo que al momento de nacer el día 10.

Definición

Es la función definida por:

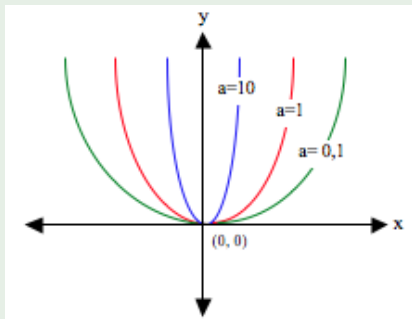
$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ / f(x) = ax^n$$

Con $a > 0$

Dominio y recorrido de la función potencia

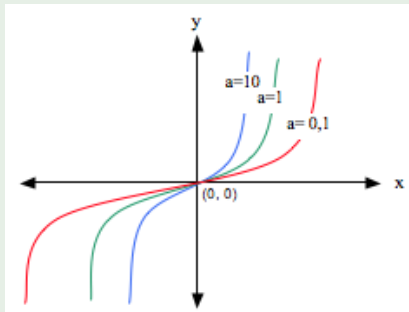
- Dominio: $Dom f = x \in \mathbb{R}$
- Recorrido: $Rec f =$ Depende del valor de n
Si $n = 2 \vee 4$, $Rec f = 0 \cup \mathbb{R}^+$
Si $n = 3$, $Rec f = \mathbb{R}$

Gráfica de la función potencia $a \cdot x^2$, con $a > 0$



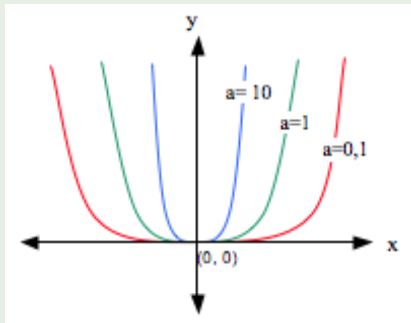
- Cuando $n = 2$, la gráfica es una parábola con eje de simetría en y , con vértice en $(0,0)$.
- A mayor valor de a , más cerrada es la parábola.
- Nótese que $Dom f = \mathbb{R}$ y $Rec f(x) = 0 \cup \mathbb{R}^+$.

Gráfica de la función potencia $a \cdot x^3$, con $a > 0$



- Cuando $n = 3$, la curva es una hélice con simetría puntual en el origen.
- A mayor valor de a , más cercanas al eje y están los arcos de la hélice.
- Nótese que $Dom f = \mathbb{R}$ y $Recf(x) = \mathbb{R}$.

Gráfica de la función potencia $a \cdot x^4$, con $a > 0$



- Cuando $n = 4$, se forma una curva similar a una parábola, pero con un vértice más cuadrado.
- A mayor valor de a , más cercanos al eje y están los arcos.
- Nótese que $Dom f = \mathbb{R}$ y $Rec f(x) = 0 \cup \mathbb{R}^+$.

Definición

Es la función definida por:

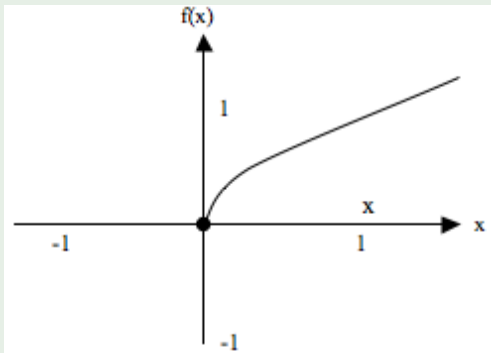
$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ / f(x) = \sqrt{x}, x \geq 0$$

Dominio y recorrido

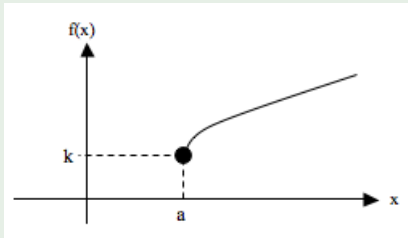
- Dominio: $Dom f = x \in [0, \infty[$
- Recorrido: $Rec f = y \in [0, \infty[$

Función Raíz Cuadrada

Gráfica de la función raíz cuadrada $f(x) = \sqrt{x}$



Gráfica de la función raíz cuadrada



- $f(x) = \sqrt{x - a} + k$
- Nótese que $Dom f = x \in [a, +\infty[$ y $Recf(x) = y \in [k, +\infty[$.

Función Raíz Cuadrada

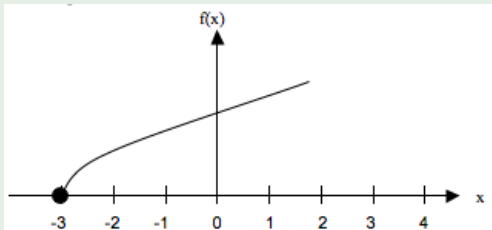
Ejemplo

Identifique el dominio y grafique la función: $f(x) = \sqrt{x+3}$

$$x + 3 \geq 0$$

$$x \geq -3$$

- $Dom f = x \in [-3, +\infty[$
- La gráfica es:



Definición

Es la función definida por:

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ / f(x) = |x|$$

$$\text{Siendo } f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Dominio y recorrido

- Dominio: $Dom f = x \in \mathbb{R}$
- Recorrido: $Rec f = y \in [0, +\infty[$

Función Valor Absoluto

Gráfica de la función raíz cuadrada $f(x) = |x|$

