

preunab 

Semejanza y Proporcionalidad

Clase # 15

Universidad Andrés Bello

Definición

Si varias paralelas son cortadas por transversales, la razón entre las medidas de dos segmentos cualesquiera, cortados por una transversal, será igual a la razón de las medidas de los segmentos correspondientes de la otra, es decir, son proporcionales.

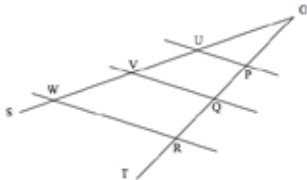
¿Qué cosa dijo?

Esta definición si nos pilla volando bajo (sin haber estudiado), no la comprenderemos en lo absoluto.
Veamos si en la gráfica siguiente nos acercamos a esto.

Teorema de Thales

Teorema de Thales

En la figura, al trazar el ángulo $\angle TOS$ y dividir la recta OT , en tres segmentos marcados con los puntos P, Q y R , si se trazan paralelas que corten a OT y OS por los puntos P, Q y R , se originan los puntos U, V, W .



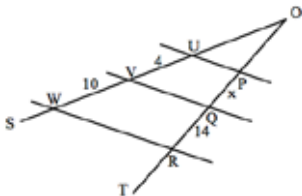
Entonces

$$\frac{\overline{OP}}{\overline{OU}} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{UV}} = \frac{\overline{QR}}{\overline{VW}}$$

Teorema de Thales

Ejemplo

En la figura, $\overline{UP} \parallel \overline{QV} \parallel \overline{RW}$. S y T son transversales que se intersectan en O . Con las medidas señaladas en la figura, calcule el valor de x .



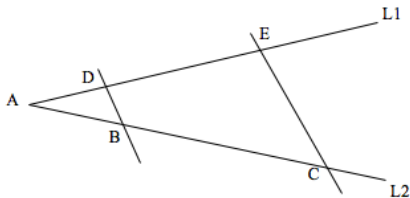
Solución

$$\frac{4}{x} = \frac{10}{14} \rightarrow x = \frac{14 \cdot 4}{10} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Teorema de Thales

Proporcionalidad en las Paralelas

En la figura siguiente, $\overline{BD} \parallel \overline{EC}$. $L1$ y $L2$ son transversales que se intersectan en A .



Entonces: Los trazos de las paralelas son proporcionales

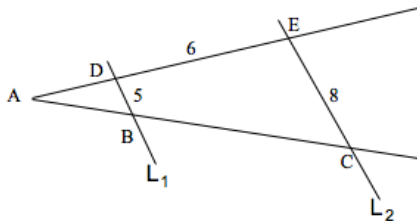
$$\frac{\overline{BD}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$$

Teorema de Thales

Proporcionalidad en las Paralelas

En la figura, $L_1 // L_2$. Con las medidas señaladas en la figura, calcule el valor de \overline{AD} .

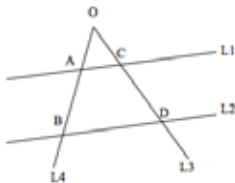
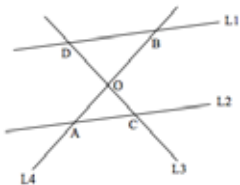


Solución: Aplicando la proporcionalidad de trazos

$$\frac{\overline{AD}}{5} = \frac{\overline{AD} + 6}{8} \rightarrow 8\overline{AD} = 5\overline{AD} + 30 \rightarrow 3\overline{AD} = 30 \rightarrow \overline{AD} = 10$$

Teorema de Thales

En la figura siguiente $L1 // L2$. $L3$ y $L4$, son transversales que se intersectan en O .



$$\overline{OA} : \overline{AB} = \overline{OC} : \overline{CD}$$

$$\overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OC} : \overline{OD}$$

$$\overline{AB} : \overline{OB} = \overline{CD} : \overline{OD}$$

$$\overline{OA} : \overline{AC} = \overline{OB} : \overline{BD}$$

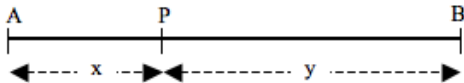
$$\overline{OC} : \overline{CA} = \overline{OD} : \overline{DB}$$

$$\overline{OA} : \overline{OB} = \overline{AC} : \overline{BD} = \overline{CO} : \overline{DO}$$

División de un trazo en una razón dada

División Interior

Dividir interiormente un trazo, es encontrar un punto P , de manera que los segmentos determinados por P estén en una razón dada.



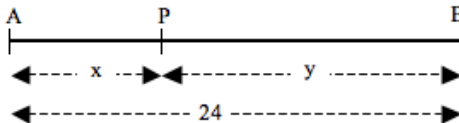
El punto P divide interiormente al trazo \overline{AB} , en la razón $x : y$

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \frac{x}{y}$$

División de un trazo en una razón dada

Ejemplo: En la figura, $\overline{AB} = 24\text{cm}$

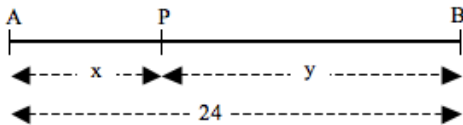
Calcule un punto que divida interiormente el trazo en la razón 3 : 5



Solución: Se desea que:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$$

División de un trazo en una razón dada



Componiendo la proporción:

$$\frac{x + y}{y} = \frac{3 + 5}{5}$$

Desarrollando, ya que $x + y = 24$:

$$\frac{24}{y} = \frac{8}{5}$$

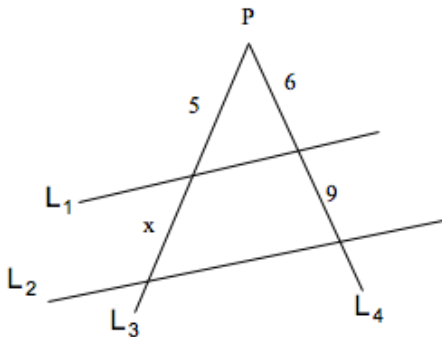
$$y = \frac{24 \cdot 5}{8} = 15$$

$$y = 15\text{cm}$$

$$x = 9\text{cm}$$

Ejercicio 1:

En la figura, L_1 y L_2 son rectas paralelas intersectadas por las transversales L_3 y L_4 , que a su vez se intersectan en P . Con los valores de la figura encuentre el valor de x .



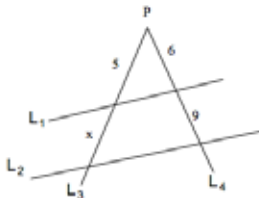
Solución Ejercicio 1:

De acuerdo a la figura, se trata de proporcionalidad de trazos, solucionable mediante el teorema de Thales.

$$\frac{5}{6} = \frac{x}{9}$$

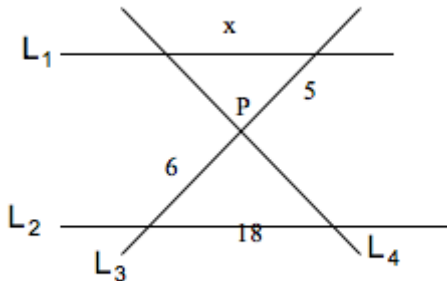
$$x = \frac{45}{6}$$

$$x = \frac{15}{2}$$



Ejercicio 2:

En la figura, L_1 y L_2 son rectas paralelas. Las transversales L_3 y L_4 se intersectan en P . Con los valores dados en la figura, encuentre el valor de x



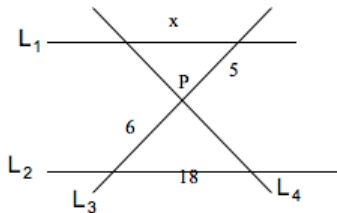
Solución Ejercicio 2:

De acuerdo a la figura, se trata de proporcionalidad de trazos mediante el teorema de Thales.

$$\frac{5}{x} = \frac{6}{18}$$

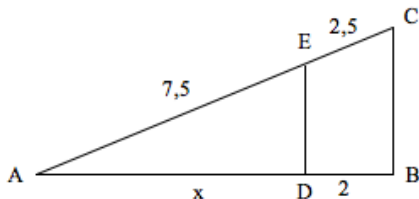
$$x = \frac{90}{6}$$

$$x = 15$$



Ejercicio 3:

En la figura, ABC es triángulo. Si \overline{DE} es paralelo a \overline{BC} , entonces, con los valores dados, la medida de x , es:



Ejercicio 3:

Como $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, es aplicable el teorema de Tales: mediante el teorema de Tales.

$$\frac{2,5}{2} = \frac{7,5}{x}$$

$$x = \frac{15}{2,5}$$

$$x = 6$$

