

preunab 

Números Irracionales y Reales

Clase # 2

Universidad Andrés Bello

Definición

Es el conjunto de todos los números que "NO" pueden escribirse como fracción $\frac{a}{b}$, siendo a y b enteros, con $b \neq 0$.

Los números irracionales se caracterizan por poseer infinitas cifras decimales que no siguen ningún patrón repetitivo.

En general son irracionales ($\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$), todas las raíces cuadradas de enteros positivos que no son cuadrado de otro entero.

- $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$ Este es un número de infinitas cifras decimales, sin que presente un período o semiperíodo.
- $\pi = 3,141592654\dots$ No es posible expresarlo como fracción.
- $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618033989$. El llamado "número áureo".

Definición

Es el conjunto resultante de la unión de los Racionales con los Irracionales. Lo que hoy conocemos como toda la recta numérica.

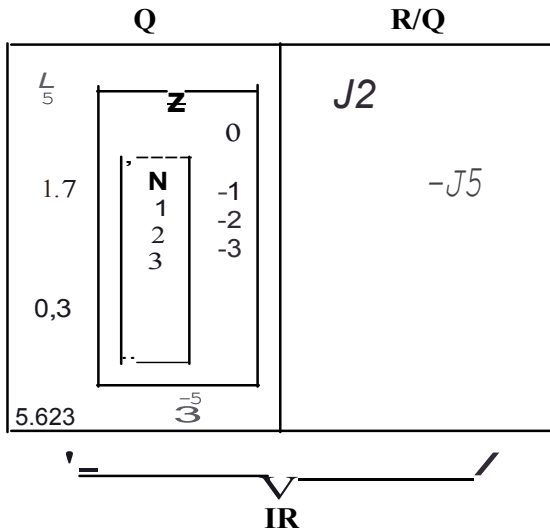
$$\mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$$

Pertencen al conjunto de los Reales \mathbb{R} :

- \mathbb{N}
- $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- \cup 0$
- \mathbb{Q}
- $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

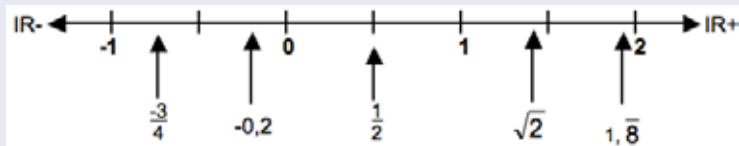
Conjunto de los números reales \mathbb{R}

Lo anterior se resume en el siguiente diagrama



La Recta Real

Recta real es la recta sobre la que se representan los números reales. Para ello se destaca uno de sus puntos, O , que se toma como origen y al que se le asigna el número cero, 0 , y, separados entre sí por intervalos de amplitud fija (unidad), se sitúan correlativamente los números enteros, los positivos a la derecha de 0 y los negativos a su izquierda.



De este modo se establece una correspondencia biunívoca entre números reales y puntos de la recta (a cada punto de la recta le corresponde un número real y viceversa).

Ejercicio 1

Ordenar los siguientes números de menor a mayor:

$$P = \frac{4}{7}, Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ y } R = \frac{1}{2,5}$$

Solución:

Primero se expresarán todos los números como decimal:

$$P = \frac{4}{7} \approx 0,57$$

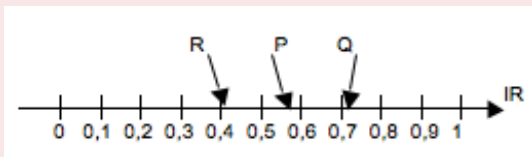
$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1,41} \approx 0,71$$

$$R = \frac{1}{2,5} = 0,4$$

Por lo tanto el orden de mayor a menos es:

$$R < P < Q$$

Gráficamente esto es:



Prioridad de Operatoria Matemática en los Reales.

En la operatoria combinada con números reales, se procede según la siguiente prioridad:

- Paréntesis. Potencias y
- Raíces. Multiplicaciones y
- Divisiones. Sumas y Restas.
-

Ejercicio 1

El valor numérico de la expresión: $\frac{3}{4} \cdot \frac{(20 - 6 \cdot 4)^2}{2 - \frac{3}{2}}$ es igual a:

- A) -12
- B) 24
- C) 32
- D) 36
- E) 147

Solución:

Aplicando la prioridad operatoria, se resuelve primero el paréntesis del numerador:

$$(20 - 6 \cdot 4)^2 = (20 - 24)^2 = (-4)^2 = 16$$

En el denominador se resuelve la resta $2 - \frac{3}{2}$:

$$2 - \frac{3}{2} = \frac{4 - 3}{2} = \frac{1}{2}$$

La expresión original queda:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{\frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot 16 \cdot 2}{4} = 24$$

Alternativa correcta: B.

Ejercicio 1

Jaime recorre una distancia total de 48 Km. Primero, se traslada un tercio del recorrido en auto. Del resto, los dos novenos los hace en bicicleta, para, finalmente, completar su trayecto caminando. ¿Cuántos Km. recorre en bicicleta?

- A) 32Km
- B) 40Km
- C) 60Km
- D) 80Km
- E) $\frac{64}{9}$ Km

Solución:

Jaime recorre un total de 48 Km. Entonces:

Un tercio (en auto) de 48 es:

$$\frac{1}{3} \cdot 48 = 16Km$$

El resto que le queda es:

$$(48 - 16) = 32Km$$

En bicicleta recorre los dos novenos de 32, es decir:

$$\frac{2}{9} \cdot 32 = \frac{64}{9}$$

Siendo esta la respuesta al problema.

Alternativa correcta: E.

