

preunab 

Operatoria con Expresiones Algebraicas

Clase # 5

Universidad Andrés Bello

Definición

Se llama expresión algebraica a un conjunto de valores constantes (2, -3, 7, etc) y valores variables (x , a , y , etc), relacionados entre sí por medio de operaciones aritméticas

Ejemplos

$$9x^2 + y^3$$

$$-5ax^2y - 20y$$

Términos en una Expresión Algebraica

Definición

Un término algebraico asocia constantes y variables por medio de productos y cuocientes.

$$45x^2y^3$$

$$xy$$

Términos en una Expresión Algebraica

En una expresión algebraica, los términos están separados por operaciones sumas y restas. Ejemplos:

- $45 + x^2 - y^3$; expresión algebraica de tres términos.
- $x - y$; expresión algebraica de dos términos.
- ax ; expresión algebraica de un solo término.

Tipos de Expresiones Algebraicas Según Número de Términos

Tipos

- Monomio: Expresión algebraica de un solo término.
- Binomio: Expresión algebraica de dos términos.
- Polinomio: Expresión algebraica de dos términos o más.

Ejemplos

- Monomio: $17x^3y^2$.
- Binomio: $(7x^3 - y^2)$.
- Polinomio: $(5x^3 + 2y^2 - 4xy - 1)$

Términos Semejantes

Definición:

Son aquellos que tienen el mismo factor literal, es decir las mismas variables elevadas a los mismos exponentes.

Ejemplos:

$5x^{12}$ con $5x^7$ NO son términos semejantes.

$12ax^2$ con $-ax^2$ SI son términos semejantes.

Por reducción de términos semejantes

En una expresión algebraica los términos semejantes pueden reducirse, aplicando suma algebraica según corresponda a los signos de cada término.

Ejemplo:

$$2x + 3 - 5x^2 + 11 - 8x^2 + 4x - 2 = -13x^2 + 6x + 12$$

Por eliminación de parentesis

- Un signo + delante de un paréntesis deja los signos interiores sin cambio.
- Un signo - delante de un paréntesis cambia todos los signos interiores.

Ejemplo:

$$(2x + 3 - 5x^2) - (11 - 8x^2 + 4x) = 2x + 3 - 5x^2 - 11 + 8x^2 - 4x$$

Productos de Expresiones Algebraicas

Monomio por Monomio:

Se multiplican los factores numéricos entre sí y los factores literales entre sí, considerando las propiedades de las potencias.

$$2x^5 \cdot 8x^2 = 16x^7$$

Monomio por Polinomio:

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.

$$8(x^3 - 2y + 1) = 8x^3 - 16y + 8$$

Binomio por Binomio:

Se multiplica cada uno de los términos del primer binomio por cada uno de los términos del otro binomio.

$$(x + 5)(x - 2) = x^2 - 2x + 5x - 10$$

Cuadrado de Binomio

Definición:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

- Resulta un trinomio
- El primer término es el cuadrado del primer término del binomio, y siempre es positivo.
- El segundo término es el doble producto del primero por el segundo. Puede ser + o -.
- El tercer término es el cuadrado del segundo término del binomio, y siempre es positivo.

Ejemplo:

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

Suma por su Diferencia

Definición:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

- Resulta un binomio
- El primer término es el cuadrado del término que se repite con igual signo.
- El segundo término es el cuadrado del término que se repite con distinto signo.
- El segundo término siempre es negativo.

Ejemplo:

$$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$$

Producto de dos Binomios con un Término Común

Definición:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

- Resulta un trinomio.
- El primer término es el cuadrado del término común.
- El segundo término es el producto del término común, con la suma de los términos no comunes.
- El tercer término es el producto de los términos no comunes.

Ejemplo:

$$(x + 5)(x - 3) = x^2 + (5 - 3)x - 15$$

Factorización

Definición:

Factorizar una expresión algebraica es hallar dos o más factores cuyo producto es igual a la expresión propuesta. Por este motivo la factorización puede considerarse como la operación inversa a la multiplicación.

Por repetición de un factor:

$$ab + ac + ad = a(b + c + d)$$

Rehacer productos notables:

Otra forma de factorización, es notar que un polinomio se pueda escribir como un producto notable, como los vistos anteriormente.

Ejercicio 1

El valor numérico de la expresión $\frac{x^2 - 2xy}{x^3 - y^3}$, para $x = 1$ e $y = -1$, es:

- A) 0
- B) $-0,5$
- C) $0,5$
- D) $1,5$
- E) 3

Solución:

Reemplazando en la expresión, se tiene:

$$\frac{x^2 - 2xy}{x^3 - y^3}$$

$$\frac{1^2 - 2(1)(-1)}{1^3 - (-1)^3}$$

$$\frac{1 - 2(-1)}{1 - (-1)}$$

$$\frac{1 + 2}{1 + 1}$$

$$\frac{3}{2} = 1,5$$

Alternativa correcta: D.

Ejercicio 2

La expresión $3(x^2 - 10x) - 2(x^2 - 5x - 15) + 70$:

A) $(x + 10)^2$

B) $(x - 10)^2$

C) $x^2 + 100$

D) $(x + 10)(x - 10)$

E) $x^2 + 10x - 100$

Solución:

Realizando primero los productos:

$$3(x^2 - 10x) - 2(x^2 - 5x - 15) + 70$$

$$3x^2 - 30x - (2x^2 - 10x - 30) + 70$$

Ahora se resuelve el paréntesis:

$$3x^2 - 30x - 2x^2 + 10x + 30 + 70$$

Se reducen términos semejantes:

$$x^2 - 20x + 100$$

Este resultado es un cuadrado perfecto: $(x - 10)^2$

Alternativa correcta: B.

