Ecuación de Segundo Grado

Clase # 6

Universidad Andrés Bello

La ecuación de segundo grado

Definición

Se llama ecuación de segundo grado aquella representada por un polinomio de segundo grado o polinomio cuadrático, es decir, es una ecuación que tiene la forma de una suma de términos cuyo grado máximo es dos.
Forma General:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Ejemplos

$$7x^2 - 17x + 56 = 0$$

$$4x^2 + 15x = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

Tipos de ecuaciones de segundo grado

Siendo a, b y c, números reales, , se dan los siguientes casos:

- Completa general: $ax^2 + bx + c = 0$
- Completa particular: $x^2 + bx + c = 0$
- Incompleta binomia: $ax^2 + bx = 0$
- Incompleta pura: $ax^2 + c = 0$

Raíz de una ecuación de segundo grado

Se llama raíz de una ecuación a la solución de esta. Se puede inspeccionar esto con el discriminante:

$$\triangle = b^2 - 4ac$$

- Si $\triangle = 0$; la ecuación tiene 2 soluciones iguales.
- Si $\triangle > 0$; la ecuación tiene 2 soluciones distintas.
- Si $\triangle < 0$; la ecuación NO tiene soluciones reales.

Resolución de la ecuación de segundo grado

Completa general

Si $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación de segundo grado, entonces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplos

Resolver: $3x^2 - 4x + 1 = 0$

$a = 3; b = -4; c = 1$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6}$$

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{3}$$

Resolución de la ecuación de segundo grado

Completa particular

En la forma general, si $a = 1$, la ecuación se simplifica a $x^2 + bx + c = 0$, entonces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Ejemplos

Resolver: $x^2 - 7x + 12 = 0$
$a = 1; b = -7; c = 12$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x_1 = 4; x_2 = 3$$

Resolución de la ecuación de segundo grado

Factorizando

Resolver: $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$x^2 + (-4 - 3)x + (-4)(-3) = 0$$

Entonces:

$$(x - 4)(x - 3) = 0$$

$$x_1 - 4 = 0 \rightarrow x_1 = 4$$

$$x_2 - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3$$

Resolución de la ecuación de segundo grado

Incompleta binomia

En la forma general, si $c = 0$, la ecuación se simplifica a $ax^2 + bx = 0$, entonces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm b}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + b}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$$

$$x_2 = \frac{-b - b}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

Resolución de la ecuación de segundo grado

Por fórmula

Resolver: $2x^2 + 3x = 0$
Aquí $a = 2; b = 3$
Entonces:

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{-3}{2}$$

Factorizando

Resolver: $2x^2 + 3x = 0$

$$2x \cdot x + 3x = 0$$

Entonces:

$$x(2x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$2x_2 + 3 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{-3}{2}$$

Resolución de la ecuación de segundo grado

Incompleta pura

En la forma general, si $b = 0$, la ecuación se simplifica a:

$$ax^2 + c = 0$$

Ejemplos

Resolver: $4x^2 - 1 = 0$

$$4x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x = \pm\frac{1}{2}$$

Propiedades de las raíces de segudo grado

Definición:

Si x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación de segundo grado de la forma $x^2 + bx + c = 0$, entonces se cumple que:

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

Ejemplos:

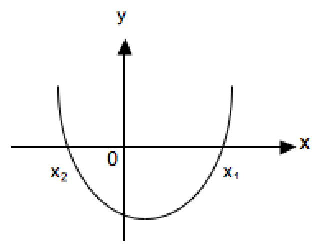
Si 4 y 5 son las raíces de una ecuación de segundo grado. Encuentre la ecuación

- Sumando: $4 + 5 = 9 = -b \rightarrow b = -9$
- Multiplicando: $4 \cdot 5 = 20 = c \rightarrow c = 20$ Entonces:

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

Definición

La ecuación $y = ax^2 + bx + c$, gráficamente es una parábola.



En la figura x_1 y x_2, son las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$

Ejercicio 1

Determine la ecuación que tiene como raíces 5 y -2, es:

A) $x^2 + 5x - 2 = 0$

B) $x^2 + -10x - 10 = 0$

C)$x^2 + 3x + 10 = 0$

D) $x^2 + 3x - 10 = 0$

E) $x^2 - 3x - 10 = 0$

Solución:

- Sumando: $5 + (-2) = 3 = -b \rightarrow b = -3$
- Multiplicando: $5 \cdot (-2) = -10 = c \rightarrow c = -10$

Entonces:

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

Alternativa correcta: E.